硕士研究生入学考试《数学综合》考试大纲

第一部分　考试说明

一、考试性质

数学综合考试的目标是要求考生掌握数学专业本科阶段重要核心课程《常微分方程》《概率论与数理统计》《数值分析》的基本概念、方法和思想，在学习完数学分析和高等代数等课程的基础之上，对于数学理论体系有一个初步的了解，获得广博的知识面和较强的抽象思维、逻辑推理和运算能力，能够独立思考解决数学问题的能力。合格考生应当达到全国普通高等院校数学专业优秀本科毕业生的水平，具有较好数学理论基础。考试对象为报考我校硕士研究生入学考试的准考考生。

二、考试形式与试卷

（一）答卷方式：依据当年学科研究生复试录取工作细则确定

（二）参考书目

常微分方程（第四版），王高雄等编，高等教育出版社，2020

概率论与数理统计（第五版），盛骤等编，高等教育出版社，2020

数值分析（第五版），李庆扬、王能超、易大易编，清华大学出版社，2008

第二部分 考查要点

一、常微分方程部分

1.一阶微分方程

变量分离方程与变量变换、变量分离方程、线性微分方程与常数变易法、恰当微分方程与积分因子、一阶隐式微分方程与参数表示

2.解的存在定理

解的存在唯一性定理与逐步逼近法、解的延拓和解对初值的连续性与可微性、包络和奇解、克莱罗微分方程

3.高阶微分方程

线性微分方程的一般理论、齐次线性微分方程的解的性质与结构、非齐次线性微分方程与常数变易法、常系数齐次线性微分方程、非齐次线性微分方程与比较系数法、高阶微分方程的降阶和幂级数解法

4.线性微分方程组

齐次线性微分方程组、非齐次线性微分方程组、常系数线性微分方程组、基解矩阵、拉普拉斯变换法

5.非线性微分方程

平面初等奇点及分类、解的稳定性、渐近稳定性、李雅普诺夫方法判定稳定性

二、概率论与数理统计部分

1.事件与概率

古典概率的计算、随机事件的概念、概率的性质、条件概率的概念及性质、事件独立性、贝努里试验的概念、事件之间的关系和运算、概率的性质与计算、概率的乘法公式，全概率公式，贝叶斯公式、独立性的概念与贝努里模型。

2.离散型随机变量

随机变量的概念、分布列的概念、性质与计算、随机变量函数的分布列、随机变量的独立性、数学期望与方差的概念、性质与计算、随机变量函数的数学期望的计算、数学期望、方差的性质和计算方法、条件数学期望

3.连续型随机变量

分布函数、连续型随机变量及概率密度函数、二维随机变量及其联合分布、随机事件概率、边缘密度函数、数学期望、方差及协方差、相关系数、两个随机变量独立性与相关性的判断、条件分布与条件期望、随机变量函数的分布密度、数学期望、边际密度函数的计算、随机变量独立性和相关性

4.大数定律与中心极限定理

贝努里大数定律、辛钦大数定律、中心极限定理

5.数理统计

样本均值、样本方差、样本矩、正态总体的样本均值与样本方差的分布；三大重要分布的构造定理、参数的极大似然估计、假设检验、检验统计量的构造、方差分析及回归分析、一元线性回归方程、回归方程的显著性检验

三、数值分析部分

1.基础知识

数值分析的对象与特点、误差来源与误差分析的重要性、误差的基本概念、数值运算中误差分析方法与原则

2.插值法

拉格朗日插值、逐次线性插值法、均差与牛顿插值公式、差分与等距节点插值公式、埃尔米特插值

3.函数逼近

最佳一致逼近多项式、最佳平方逼近、正交多项式、曲线拟合的最小二乘法、勒让德多项式，切比雪夫多项式

4.数值积分与数值微分

数值求积的基本思想，插值型的求积公式，牛顿-柯特斯公式，龙贝格公式，高斯-勒让德公式、柯特斯系数，代数精度、几种低阶求积公式的余项，梯形法的递推化，梯形法的余项展开式，中点方法，插值型的求导公式

5.解线性方程组的直接方法

高斯消去法，矩阵的三角分解，完全主元素消去法，列主元素消去法，高斯-若当消去法，直接三角分解法，平方根法，追赶法

6.解线性方程组的迭代法

雅可比迭代法、高斯-塞德尔迭代法、共轭梯度法、迭代法的收敛性、超松弛迭代法、迭代法的收敛性

7.非线性方程求根

牛顿公式、抛物线法、逐步搜索法、二分法、牛顿下山法、弦截法、多项式求值的秦九韶算法、代数方程的牛顿法、迭代过程的收敛性